

Справочник по геометрии 7-9

Справочник составили:

учителя математики

Есикова Л.И. и Ушакова М.Б.

МБОУ СОШ № 11 п. РЯКОСКИ

2012

ОГЛАВЛЕНИЕ

	стр.
1. ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПРЯМЫХ. АКСИОМЫ	3
2. УГЛЫ. БИСЕКТРИСА УГЛА	4
3. ВИДЫ ТРЕУГОЛЬНИКОВ. СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ СТОРОНАМИ И УГЛАМИ ТРЕУГОЛЬНИКА	5
4. ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА. СВОЙСТВА РАВНОБЕДРЕННОГО ТРЕУГОЛЬНИКА	6
5. ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ. ПРИЗНАКИ ПОДОБИЯ ТРЕУГОЛЬНИКОВ	7
6. ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ ЛИНИИ В ТРЕУГОЛЬНИКЕ	8
7. ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ	9
8. СВОЙСТВА ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА. ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ	10
9. ЗНАЧЕНИЯ СИНУСА, КОСИНУСА И ТАНГЕНСА НЕКОТОРЫХ УГЛОВ. ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ	11
10. СВОЙСТВА И ПРИЗНАКИ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА	12
11. ПРЯМОУГОЛЬНИК. РОМБ. КВАДРАТ	13
12. ТРАПЕЦИЯ	14
13. ОКРУЖНОСТЬ. ВПИСАННЫЙ УГОЛ	15
14. СВОЙСТВА ОКРУЖНОСТИ И ЕЕ ЭЛЕМЕНТОВ	16
15. СВОЙСТВА КАСАТЕЛЬНЫХ И СЕКУЩИХ	17
16. ВПИСАННАЯ И ОПИСАННАЯ ОКРУЖНОСТЬ	18
17. ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ	19
18. ПРЯМОУГОЛЬНАЯ СИСТЕМА КООРДИНАТ. ВЕКТОРЫ.	20

Справочник по геометрии 7-9

ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ

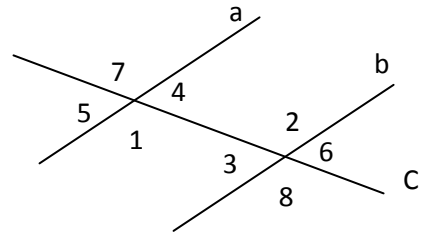
Прямые a и b пересечены секущей c

$\angle 1$ и $\angle 2$; $\angle 3$ и $\angle 4$ – накрест лежащие углы

$\angle 1$ и $\angle 8$; $\angle 3$ и $\angle 5$ - соответственные углы

$\angle 2$ и $\angle 7$; $\angle 4$ и $\angle 6$ - соответственные углы

$\angle 1$ и $\angle 3$; $\angle 2$ и $\angle 4$ - односторонние углы



Признаки параллельности прямых

$$\angle 1 = \angle 2 \Rightarrow a \parallel b$$

Если при пересечении двух прямых секущей накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны.

$$\angle 1 = \angle 8 \Rightarrow a \parallel b$$

Если при пересечении двух прямых секущей соответственные углы равны, то прямые параллельны.

$$\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ \Rightarrow a \parallel b$$

Если при пересечении двух прямых секущей сумма односторонних углов равна 180° , то прямые параллельны.

$$a \parallel b, a \parallel c \Rightarrow c \parallel b \quad a \perp b, a \perp c \Rightarrow c \parallel b$$

Свойства углов при параллельных прямых

$$a \parallel b \Rightarrow \angle 1 = \angle 2$$

Если две параллельные прямые пересечены секущей, то накрест лежащие углы равны.

$$a \parallel b \Rightarrow \angle 1 = \angle 8$$

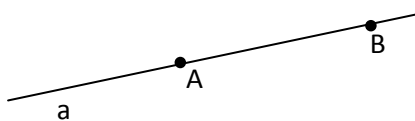
Если две параллельные прямые пересечены секущей, то соответственные углы равны.

$$a \parallel b \Rightarrow \angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$$

Если две параллельные прямые пересечены секущей, то сумма односторонних углов равна 180° .

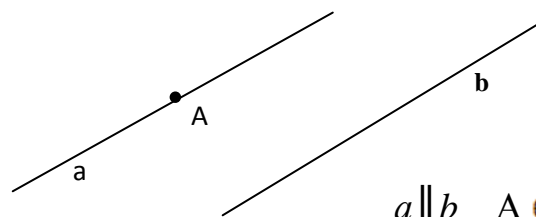
НЕКОТОРЫЕ АКСИОМЫ ПЛАНИМЕТРИИ

Через любые две различные точки проходит прямая, и притом только одна.



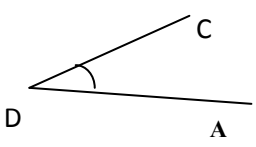

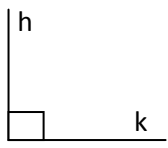
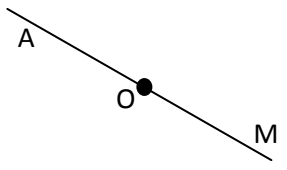
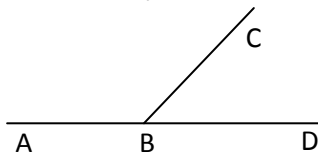
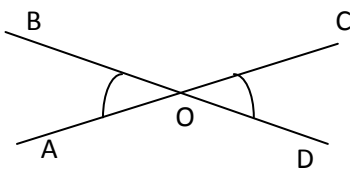
$$A \in a \quad B \in a$$

Через точку, не лежащую на данной прямой, проходит только одна прямая, параллельная данной.

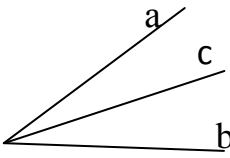
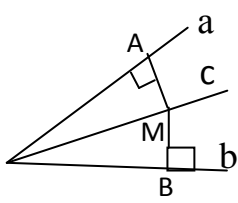


$$a \parallel b \quad A \in a$$

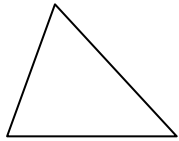
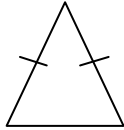
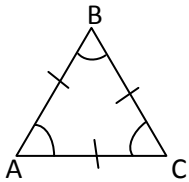
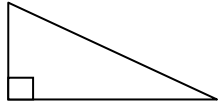
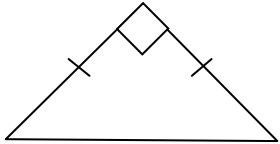
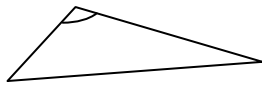
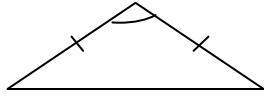
УГЛЫ

<p>Острый угол <i>меньше прямого угла</i></p>  <p>$\angle CDA < 90^\circ$</p>	<p>Тупой угол <i>больше прямого угла</i></p>  <p>$90^\circ < \angle ab < 180^\circ$</p>	<p>Прямой угол</p>  <p>$\angle hk = 90^\circ$</p>	<p>Развернутый угол</p>  <p>$\angle AOM = 180^\circ$</p>
<p>Смежные углы</p> 		<p>$\angle ABC$ и $\angle CBD$ – смежные углы</p> <p>$\angle ABC + \angle CBD = 180^\circ$</p> <p>Сумма смежных углов равна 180°.</p>	
<p>Вертикальные углы</p> 		<p>$\angle AOB$ и $\angle COD$ – вертикальные</p> <p>$\angle AOB = \angle COD$</p> <p>Вертикальные углы равны.</p>	

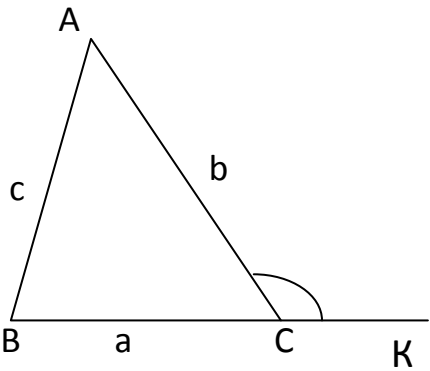
БИСЕКТРИСА УГЛА

	<p>c – биссектриса $\angle ab$</p> <p>$\angle ac = \angle cb$</p> <p>Луч c делит угол $\angle ab$ пополам</p>
	<p>Свойство биссектрисы</p> <p>$AM = BM$</p> <p>Каждая точка биссектрисы неразвернутого угла равноудалена от сторон угла.</p>

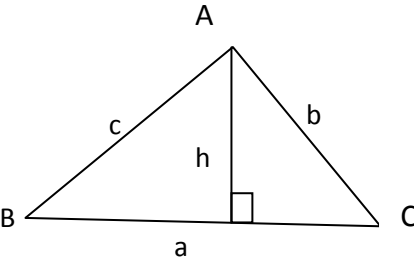
ВИДЫ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Треугольник	Разносторонний	Равнобедренный	Равносторонний
Остроугольный (все углы острые)			
	<i>все стороны разной длины</i>	<i>две стороны равны</i>	<i>все стороны равны</i>
Прямоугольный (один из углов – прямой)			$\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$ $P = 3a$, где a - сторона, P - периметр
Тупоугольный (один из углов – тупой)			

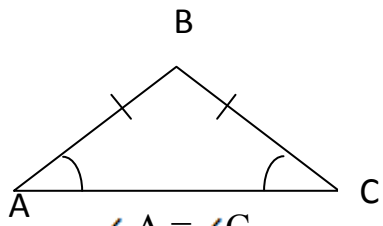
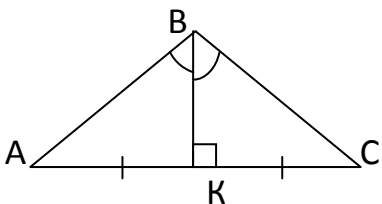
СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ СТОРОНАМИ И УГЛАМИ ТРЕУГОЛЬНИКА

	<p>Сумма углов треугольника равна 180°.</p> $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ <p>Свойство внешнего угла: $\angle ACK = \angle A + \angle B$</p>
	<p>Неравенство треугольника</p> $a < b + c \quad b < a + c \quad c < a + b$ <p>Каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон.</p> $a > b - c, \text{ где } b > c$
	<p>Теорема о соотношениях между сторонами и углами треугольника</p> $b > c \Rightarrow \angle B > \angle C \quad \text{и} \quad \angle B > \angle C \Rightarrow b > c$ <p>В треугольнике против большей стороны лежит больший угол.</p> <p>Против большего угла лежит большая сторона.</p>
<p>Теорема синусов</p> $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ <p>где R – радиус описанной окружности.</p> <p>Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов.</p>	<p>Теорема косинусов</p> $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ $a^2 = c^2 + b^2 - 2bc \cos A$ $b^2 = c^2 + a^2 - 2ac \cos B$ <p>Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.</p>

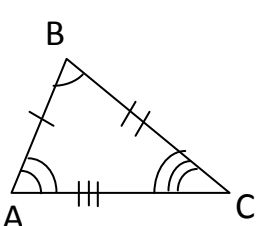
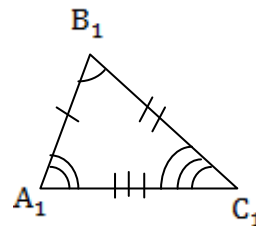
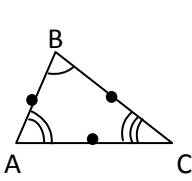
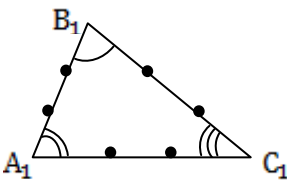
ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА

	<p style="text-align: center;">Другие формулы:</p> $S = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} ac \sin B = \frac{1}{2} cb \sin A$ $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$ <p style="text-align: center;">где $p = \frac{a+b+c}{2}$ - полупериметр</p> $S = pr,$ <p style="text-align: center;">где r - радиус вписанной в треугольник окружности</p> $S = \frac{abc}{4R},$ <p style="text-align: center;">где R - радиус описанной окружности</p>
<p>Площадь треугольника равна половине произведения его стороны на высоту к этой стороне:</p> $S = \frac{1}{2} ah$	

СВОЙСТВА РАВНОБЕДРЕННОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

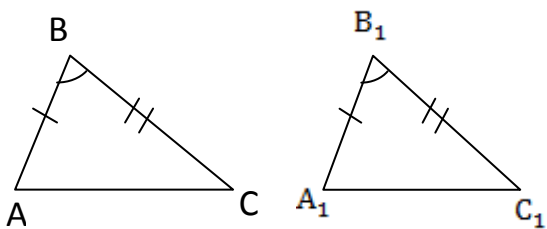
<p>В равнобедренном треугольнике углы при основании равны</p> <div style="text-align: center;">  <p>$\angle A = \angle C,$ AC – основание AB и BC – боковые стороны</p> </div>	<p>Биссектриса, проведенная к основанию, является медианой и высотой</p> <div style="text-align: center;">  <p>BK – биссектриса BK – медиана BK - высота</p> </div>
---	--

РАВНЫЕ И ПОДОБНЫЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ

<p>$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$, значит, $AB = A_1B_1$ $CB = C_1B_1$ $CA = C_1A_1$ $\angle A = \angle A_1$ $\angle B = \angle B_1$ $\angle C = \angle C_1$.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">   </div>	<p>$\triangle ABC$ подобен $\triangle A_1B_1C_1$, значит, $\angle A = \angle A_1$ $\angle B = \angle B_1$ $\angle C = \angle C_1$</p> $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$ <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">   </div>
---	--

**ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА
ТРЕУГОЛЬНИКОВ**

По двум сторонам и углу между ними



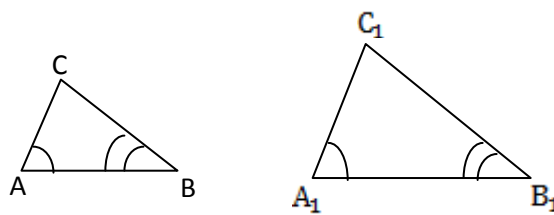
$$AB = A_1B_1 \quad CB = C_1B_1 \quad \angle B = \angle B_1$$

$$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$$

Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.

**ПРИЗНАКИ ПОДОБИЯ
ТРЕУГОЛЬНИКОВ**

По двум углам

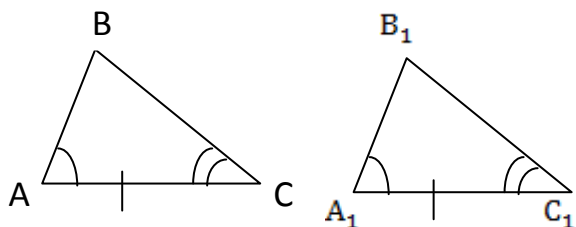


$$\angle A = \angle A_1 \quad \angle B = \angle B_1$$

$$\Delta ABC \text{ подобен } \Delta A_1B_1C_1$$

Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.

По стороне и двум прилежащим углам

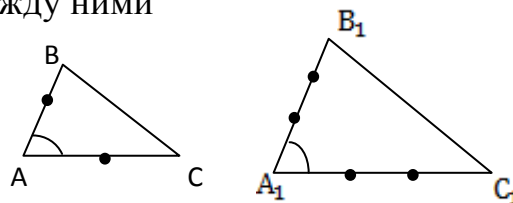


$$AC = A_1C_1 \quad \angle A = \angle A_1 \quad \angle C = \angle C_1$$

$$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$$

Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны.

По двум сходственным сторонам и углу между ними

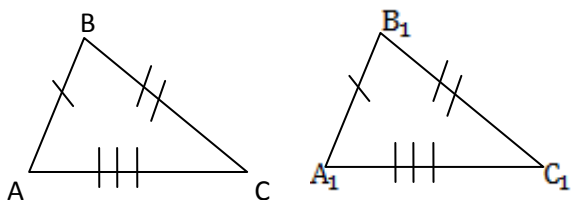


$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1} \quad \angle A = \angle A_1$$

$$\Delta ABC \text{ подобен } \Delta A_1B_1C_1$$

Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, заключенные между этими сторонами, равны, то такие треугольники подобны.

По трем сторонам

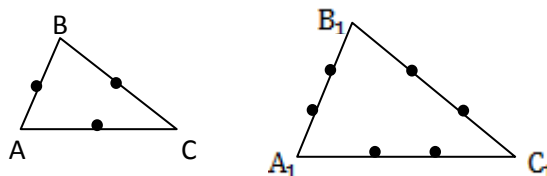


$$AB = A_1B_1 \quad CB = C_1B_1 \quad AC = A_1C_1$$

$$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$$

Если три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.

По трем сходственным сторонам

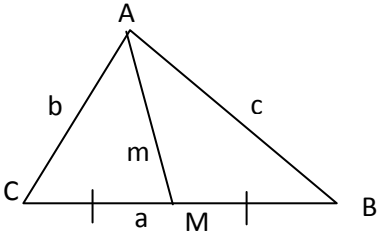
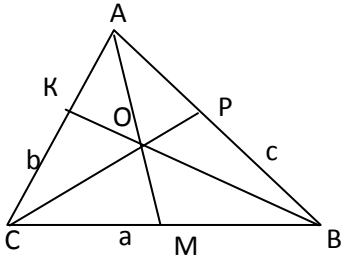
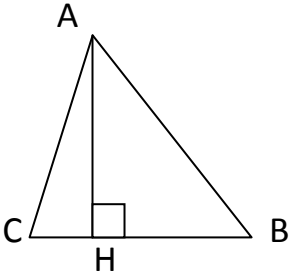
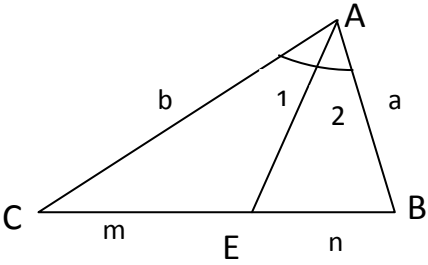


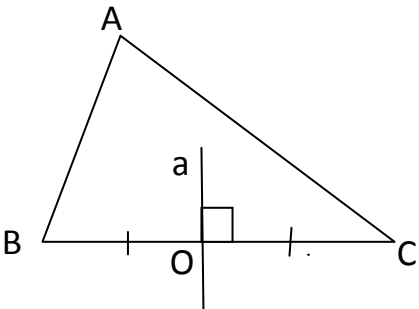
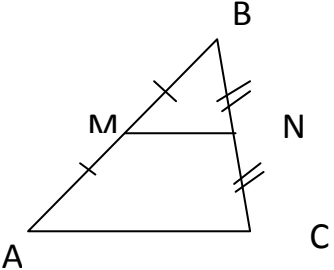
$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$$

$$\Delta ABC \text{ подобен } \Delta A_1B_1C_1$$

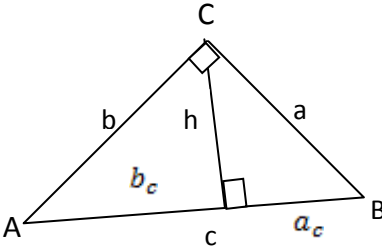
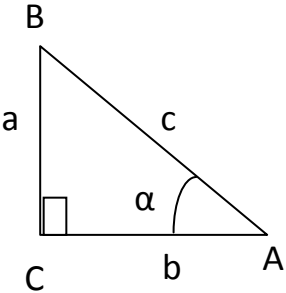
Если три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники подобны.

ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ ЛИНИИ В ТРЕУГОЛЬНИКЕ

	<p>AM – медиана в $\triangle ABC$ точка M – середина BC</p>
	<p style="text-align: center;">Свойство медиан $CO:OP = AO:OM = BO:OK = 2:1$</p> <p>Медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую медиану в отношении 2:1.</p> $AM = m = \frac{\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}}{2}$ <p>формула для вычисления медианы</p>
	<p style="text-align: center;">AH – высота $\triangle ABC$</p> <p>АН - перпендикуляр, опущенный из точки А на прямую BC</p> <p style="text-align: center;">Свойство высот</p> <p>Высоты треугольника пересекаются в одной точке треугольника.</p>
	<p style="text-align: center;">AE – биссектриса $\triangle ABC$ $\angle 1 = \angle 2$ ($\angle CAE = \angle BAE$)</p> <p style="text-align: center;">Свойства биссектрисы треугольника</p> <p>Биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке (центре вписанной окружности).</p> <p>Биссектриса треугольника делит противоположную сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам треугольника.</p> $\frac{a}{b} = \frac{n}{m}$

	<p>Прямая a – срединный перпендикуляр $O \in a$ $OC = OB$ $a \perp BC$</p> <p>Свойство срединных перпендикуляров</p> <p>Срединные перпендикуляры пересекаются в одной точке (центре описанной окружности)</p>
	<p>MN – средняя линия $\triangle ABC$ точка M - середина AB, N – середина BC</p> <p>Свойство средней линии треугольника</p> $MN \parallel AC; \quad MN = \frac{1}{2} AC$ <p>Средняя линия параллельна одной из сторон и равна её половине.</p>

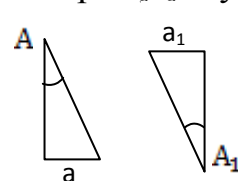
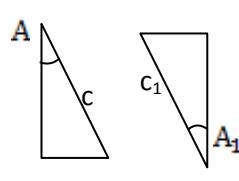
ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

Основные соотношения в прямоугольном треугольнике		
	<p>Теорема Пифагора</p> $c^2 = a^2 + b^2$ <p>Квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.</p>	<p>Пропорциональные отрезки</p> $h^2 = a_c b_c$ $a^2 = a_c c$ $b^2 = b_c c$ $h = \frac{ab}{c}$
 <p>$\angle C = 90^\circ$ $\angle A = \alpha$</p> <p>$c = AB$ – гипотенуза $a = BC$ – катет, противоположный к α $b = AC$ – катет, прилежащий к углу α</p>	<p>СИНУС Отношение противоположного катета к гипотенузе</p> $\sin \alpha = \frac{a}{c}$	
	<p>КОСИНУС Отношение прилежащего катета к гипотенузе</p> $\cos \alpha = \frac{b}{c}$	
	<p>ТАНГЕНС Отношение противоположного катета к прилежащему</p> $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$	
<p>КОТАНГЕНС Отношение прилежащего катета к противоположному</p> $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a}$		

Свойства прямоугольного треугольника

$\angle A + \angle B = 90^\circ$ Сумма острых углов в прямоугольном треугольнике равна 90°	$\angle A = 30^\circ \Rightarrow a = \frac{1}{2}c$ Катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла в 30° , равен половине гипотенузы	$a = \frac{1}{2}c \Rightarrow \angle A = 30^\circ$ Если катет равен половине гипотенузы, то угол, лежащий против этого катета, равен 30°	$m = \frac{1}{2}c = R$ Медиана, проведенная к гипотенузе, равна её половине и является радиусом описанной окружности
--	---	--	---

Признаки равенства прямоугольных треугольников

По гипотенузе и катету  $a = a_1 \quad c = c_1$	По катету и прилежащему острому углу  $\angle A = \angle A_1 \quad b = b_1$	По катету и противолежащему острому углу  $\angle A = \angle A_1 \quad a = a_1$	По гипотенузе и острому углу  $\angle A = \angle A_1 \quad c = c_1$
---	--	---	--

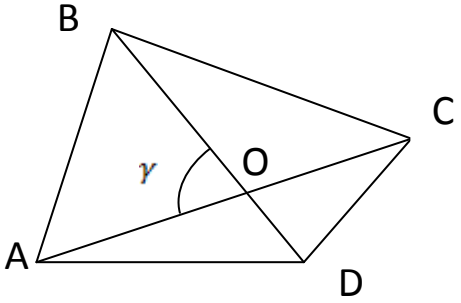
СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИМИ ФУНКЦИЯМИ

$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ $\operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha = 1$	$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ – основное тригонометрическое тождество $\left. \begin{aligned} \sin(90^\circ - \alpha) &= \cos \alpha \\ \cos(90^\circ - \alpha) &= \sin \alpha \\ \sin(180^\circ - \alpha) &= \sin \alpha \\ \cos(180^\circ - \alpha) &= -\cos \alpha \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{формулы} \\ \text{приведения} \end{array}$
---	---

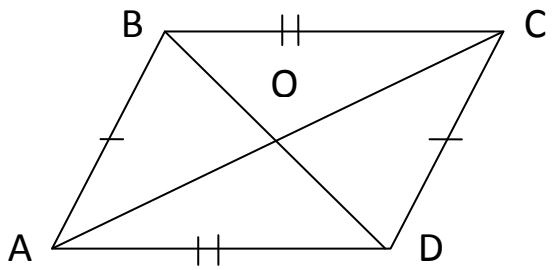
ЗНАЧЕНИЯ СИНУСА, КОСИНУСА И ТАНГЕНСА НЕКОТОРЫХ УГЛОВ

α	30°	45°	60°
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

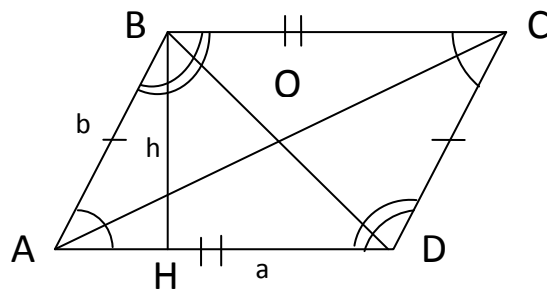
ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ

<p>ABCD - четырехугольник $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$</p> 	$S = \frac{AC \cdot BD \cdot \sin \gamma}{2}$ <p>AC, BD - диагонали</p>
---	---

ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

	<p>ABCD- параллелограмм</p> <p style="text-align: center;">$AB \parallel CD$ $BC \parallel AD$</p> <p>Параллелограммом называется четырехугольник, у которого стороны попарно параллельны.</p>
---	---

СВОЙСТВА И ПРИЗНАКИ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

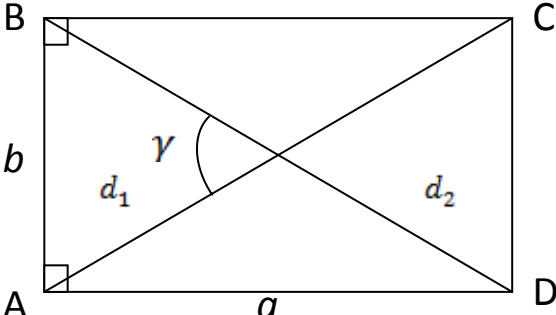
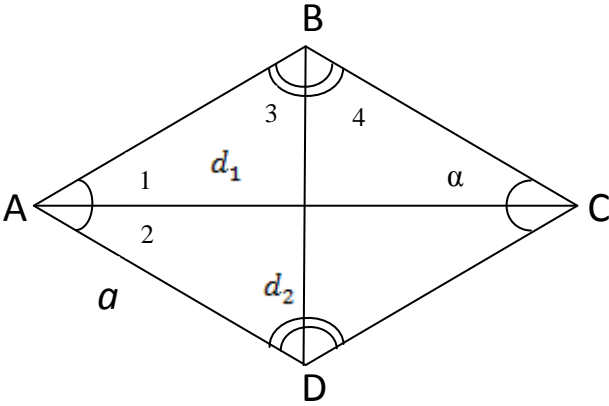
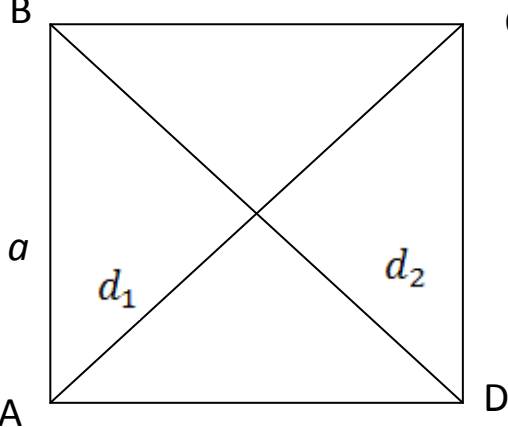


Свойства параллелограмма	Признаки параллелограмма
<p>1) $AB=CD; BC=AD$ $\angle A = \angle C; \angle B = \angle D$ В параллелограмме противоположные стороны и противоположные углы равны</p> <p>2) $AC \cap BD = O, AO = OC, BO = OD$ Диагонали параллелограмма делятся точкой пересечения пополам.</p> <p>3) $\angle A + \angle B = 180^\circ$ В параллелограмме сумма углов, прилежащих к одной стороне, равна 180°</p> <p>4) $d_1^2 + d_2^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$ где $d_1 = AC; d_2 = BD$ – диагонали; $a = AD; b = AB; c = BC;$ $d = CD$ – стороны</p> <p>5) $P = 2(a + b)$ – периметр параллелограмма, где $a = AD; b = AB$</p>	<p>1) $(AB \parallel CD; AB = CD) \Rightarrow (ABCD\text{-параллелограмм})$ Если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырехугольник – параллелограмм.</p> <p>2) $(AB = CD; BC = AD) \Rightarrow (ABCD\text{-параллелограмм})$ Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырехугольник – параллелограмм</p> <p>3) $(AO = OC; BO = OD, \text{ где } O = AC \cap BD) \Rightarrow (ABCD\text{-параллелограмм})$ Если в четырехугольнике диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник – параллелограмм</p>

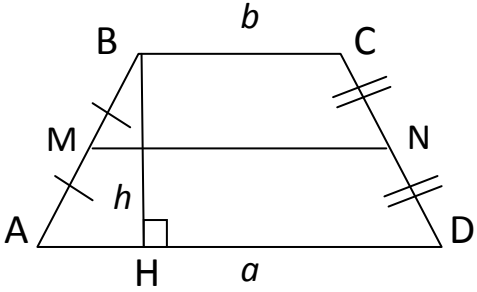
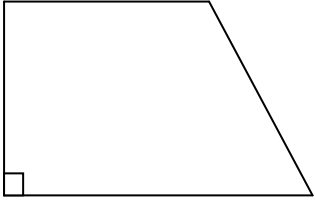

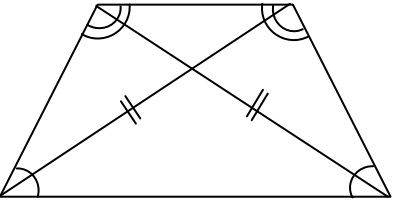
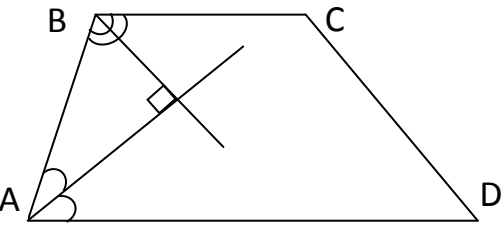
ПЛОЩАДЬ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

$S = ah,$ где $a = AD$ – основание $h = BH$ – высота	$S = ab \cdot \sin \alpha,$ где $a = AD, b = AB,$ $\angle \alpha = \angle BAD$	$S = \frac{AC \cdot BD \cdot \sin \angle AOB}{2}$	$S = 4 \cdot S_{\Delta AOB}$
---	--	---	------------------------------

ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

Вид	Свойства	Формулы
<p>ABCD – прямоугольник – это параллелограмм, у которого все углы прямые $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$</p> 	<p>$d_1 = d_2$ Диагонали прямоугольника равны.</p>	<p>$S = ab$ $S = \frac{d_1^2 \sin \gamma}{2}$ – площадь $P = 2(a + b)$ – периметр $d_1^2 = a^2 + b^2$ где d_1, d_2 – диагонали, a, b – стороны прямоугольника</p>
<p>ABCD – ромб – это параллелограмм, у которого все стороны равны $AB = BC = CD = AD$</p> 	<p>$\angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4,$ $d_1 \perp d_2$</p> <p>Диагонали ромба взаимно перпендикулярны и делят его углы пополам</p>	<p>$S = a^2 \sin \alpha$ $S = \frac{d_1 d_2}{2}$ – площадь $P = 4a$ – периметр $d_1^2 + d_2^2 = 4a^2$ где d_1, d_2 – диагонали, a – сторона ромба, α – угол ромба</p>
<p>ABCD – квадрат – это прямоугольник, у которого все стороны равны $AB = BC = CD = AD$</p> 	<p>$d_1 = d_2$ $d_1 \perp d_2$</p> <p>Диагонали квадрата равны, взаимно перпендикулярны, точкой пересечения делятся пополам и делят углы квадрата пополам. $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$</p>	<p>$S = a^2$ – площадь $S = \frac{d_1^2}{2}$ $S = \frac{1}{2} Pr,$ где r – радиус вписанной окружности $P = 4a$ – периметр $d_1 = a\sqrt{2}$ где d_1, d_2 – диагонали, a – сторона квадрата</p>

ТРАПЕЦИЯ

	<p> $ABCD$ - трапеция $AD = a$, $BC = b$ – основания AB, CD – боковые стороны $BH = h$ - высота $AD \parallel BC$; $S = \frac{(a+b)h}{2}$ </p> <p> MN – средняя линия трапеции, где M – середина AB N – середина CD $MN \parallel BC$; $MN \parallel AD$; $MN = \frac{BC+AD}{2}$ Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме. </p>
	<p>Трапеция прямоугольная, если один из углов прямой</p>
	<p>Трапеция равнобедренная, если ее боковые стороны равны</p>
	<p>В равнобедренной трапеции:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) диагонали равны; 2) углы при основании равны; 3) середины сторон являются вершинами ромба.
	<p>Биссектрисы углов, прилежащих к боковой стороне, перпендикулярны</p>

ОКРУЖНОСТЬ

Окр. (O; r)

т. O – центр окружности

OK = OB = OA = r – радиус

AB = d – диаметр

b – касательная

AC – хорда

MN – секущая

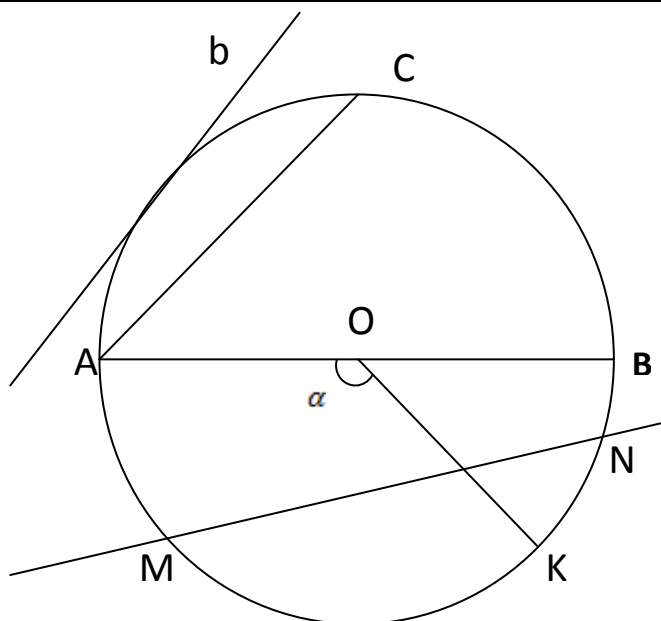
$\overset{\frown}{AK}$ – дуга окружности

$$d = 2r$$

$$C = 2\pi r \text{ - длина окружности}$$

$$C = \pi d$$

$$L = \frac{r\pi\alpha}{180^\circ} \text{ - длина дуги}$$



$\overset{\frown}{AB}$ – дуга окружности

$\angle AOB$ – **центральный угол**

$$\angle AOB = \overset{\frown}{AB}$$

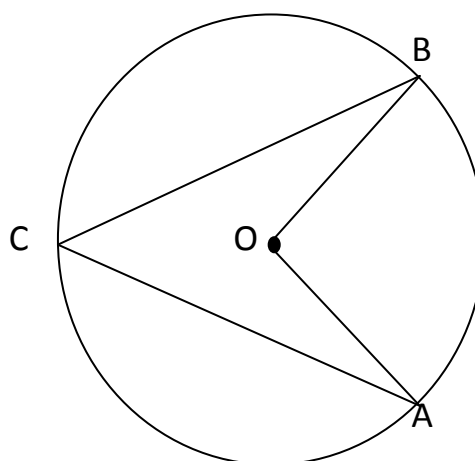
Градусная мера центрального угла равна градусной мере дуги, на которую он опирается.

$\angle ACB$ – **вписанный угол**

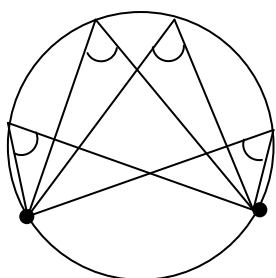
$$\angle ACB = \frac{\overset{\frown}{AB}}{2}$$

Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую опирается.

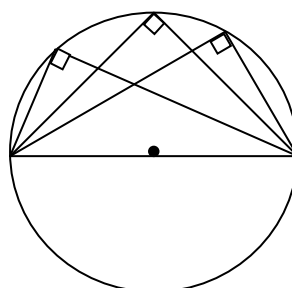
$$\angle ACB = \frac{\angle AOB}{2}, \text{ если } \overset{\frown}{AB} \text{ меньше полуокружности}$$



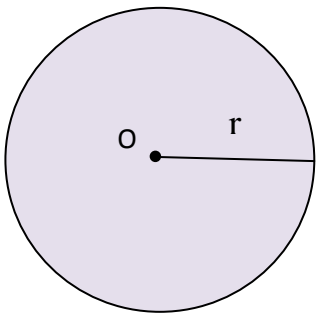
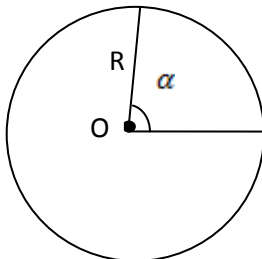
Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.



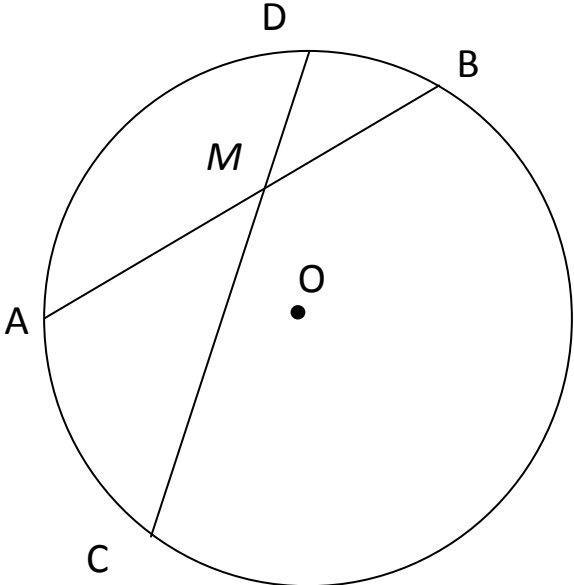
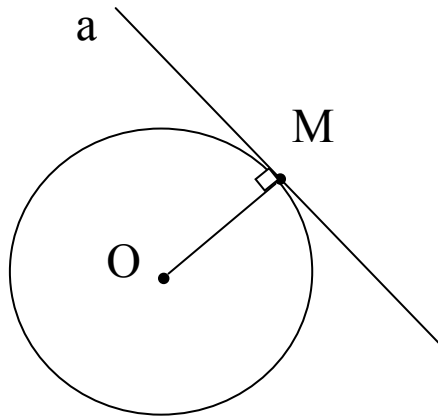
Вписанный угол, опирающийся на полуокружность – прямой.



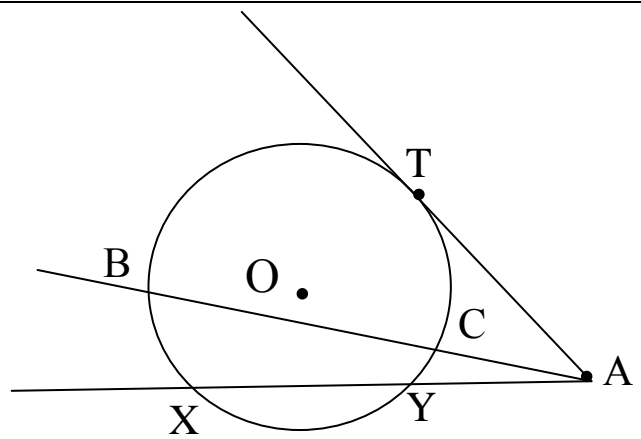
ПЛОЩАДЬ

<p>Площадь круга</p> 	<p>Площадь сектора</p> 
$S = \pi r^2$	$S = \frac{\pi R^2}{360} \cdot \alpha$

СВОЙСТВА ОКРУЖНОСТИ И ЕЁ ЭЛЕМЕНТОВ

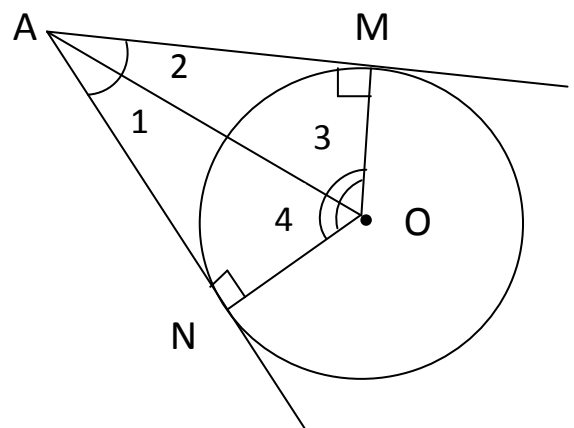
<p>Свойство хорд</p> <p>AB; CD – хорды</p> <p style="text-align: center;">$AB \cap CD = M$</p> <p style="text-align: center;">$AM \cdot MB = CM \cdot MD$</p> <p>Если две хорды окружности пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.</p>	
<p>Свойство касательной</p> <p>OM – радиус</p> <p>a – касательная</p> <p>M – точка касания</p> <p style="text-align: center;">$OM \perp a$</p> <p>Касательная к окружности перпендикулярна к радиусу, проведенному в точку касания.</p>	

AT – касательная
 $AB; AX$ – секущие
 $AT^2 = AX \cdot AY$
 $AT^2 = AB \cdot AC$

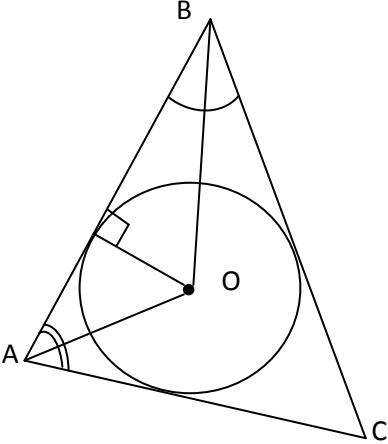


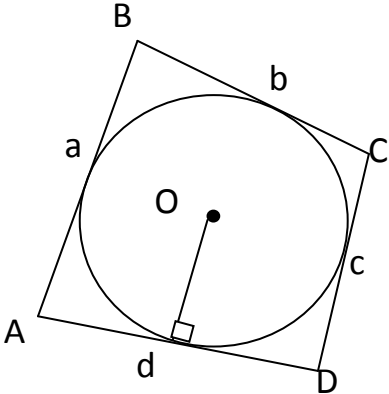
AM, AN – касательные
 M, N – точки касания
 $AM = AN$
 $\angle 1 = \angle 2; \angle 3 = \angle 4$

Отрезки касательных к окружности,
 проведенных из одной точки, равны и
 составляют равные углы с прямой,
 проходящей через эту точку и центр
 окружности.

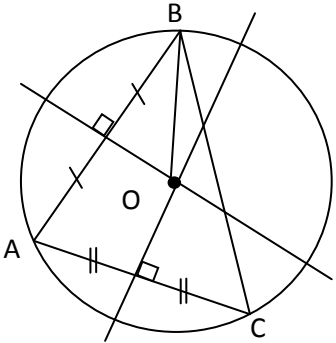


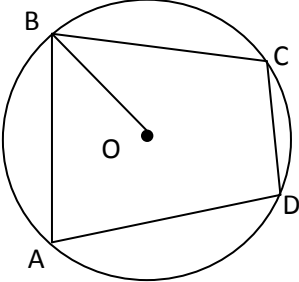
ВПИСАННАЯ ОКРУЖНОСТЬ

	<p>В любой треугольник можно вписать окружность. Её центр – точка пересечения биссектрис треугольника.</p> $r = \frac{2S}{a+b+c}$ <p style="text-align: center;">- радиус вписанной окружности</p> <p>a, b, c – стороны треугольника S – площадь треугольника</p>
---	---

	<p>В выпуклый четырехугольник можно вписать окружность, только если: $a + c = b + d$,</p> <p>где a, b, c, d- стороны четырехугольника</p>
--	---

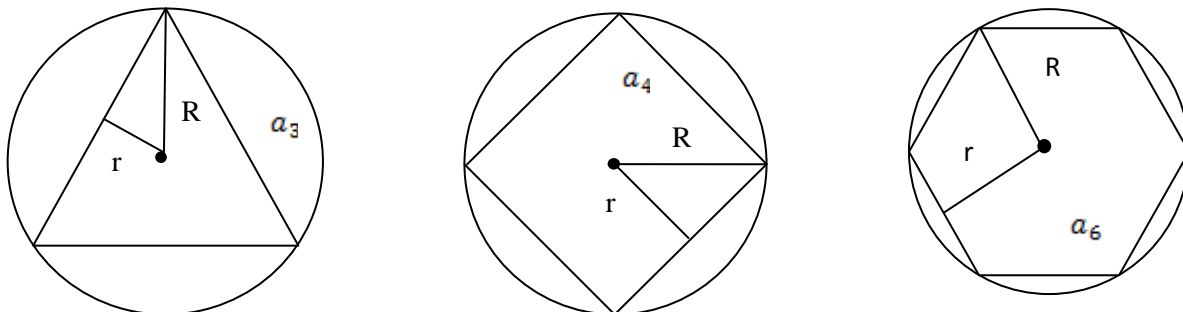
ОПИСАННАЯ ОКРУЖНОСТЬ

	<p>Около любого треугольника можно описать окружность. Её центр – точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника.</p> $R = \frac{abc}{4S}$ <p style="text-align: center;">- радиус описанной окружности</p> <p>a, b, c – стороны треугольника S – площадь треугольника</p>
---	--

	<p>Около выпуклого четырехугольника можно описать окружность, только если: $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^\circ$</p>
---	---

ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ

Правильным многоугольником называется выпуклый многоугольник, у которого все углы равны и все стороны равны.



$$\alpha_n = \frac{n-2}{n} \cdot 180^\circ \text{ — вычисление угла}$$

многоугольника

$$a_n = 2R \sin \frac{180^\circ}{n} \text{ — сторона}$$

многоугольника

$$S = \frac{1}{2} \cdot Pr \text{ — площадь}$$

$$r = R \cos \frac{180^\circ}{n}$$

n — число сторон

R — радиус описанной окружности

r — радиус вписанной окружности

P — периметр

	треугольник	квадрат	шестиугольник
$\angle \alpha$	60°	90°	120°
a	$a_3 = R\sqrt{3}$	$a_4 = R\sqrt{2}$	$a_6 = R$
R	$R = \frac{a_3}{\sqrt{3}}$	$R = \frac{a_4}{\sqrt{2}}$	$R = a_6$
r	$r = \frac{1}{2} R$	$r = \frac{\sqrt{2}}{2} R$	$r = \frac{\sqrt{3}}{2} R$

ПРЯМОУГОЛЬНАЯ СИСТЕМА КООРДИНАТ

Расстояние между точками	$A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
Координаты $(x; y)$ середины отрезка AB с концами $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$	$x = \frac{x_1 + x_2}{2}; \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2}$
Общее уравнение прямой, перпендикулярной вектору $\vec{n}\{a; b\}$	$ax + by + c = 0$
Уравнение окружности с радиусом R и с центром в точке $(x_0; y_0)$	$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$
Если $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$, то координаты вектора \overrightarrow{AB} :	$\overrightarrow{AB} \{x_2 - x_1; y_2 - y_1\}$
Сложение векторов	$\vec{a}\{a_1; a_2\} + \vec{b}\{b_1; b_2\} = \vec{c}\{a_1 + b_1; a_2 + b_2\}$ $\vec{a}\{a_1; a_2\} - \vec{b}\{b_1; b_2\} = \vec{c}\{a_1 - b_1; a_2 - b_2\}$
Умножение вектора $\overrightarrow{\{a_1; a_2\}}$ на число λ	$\overrightarrow{\{a_1; a_2\}}\lambda = \overrightarrow{\{\lambda a_1; \lambda a_2\}}$
Скалярное произведение векторов: \vec{a} и \vec{b}	$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \cos \varphi$ где φ - угол между векторами \vec{a} и \vec{b}
Скалярное произведение векторов	$\vec{a}\{a_1; a_2\}$ и $\vec{b}\{b_1; b_2\}$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2$
Косинус угла между векторами: $\vec{a}\{a_1; a_2\}$ и $\vec{b}\{b_1; b_2\}$	$\cos \varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{a} \cdot \vec{b} } = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2}}$
Необходимое и достаточное условие перпендикулярности векторов	$\vec{a}\{a_1; a_2\} \perp \vec{b}\{b_1; b_2\}$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \quad \text{или} \quad a_1 b_1 + a_2 b_2 = 0$

Литература:

1. Математика: Справ. Материалы: Кн. для учащихся, - М.: Просвещение, 2001-416 с.
2. Геометрия. 7 – 9 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений/ (Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др.). – 20-е изд.- М.: Просвещение, 2010.- 384 с.